

初中数学难点例题的破解策略探究

王慧英

(浙江省杭州市萧山区朝晖初级中学, 浙江 杭州 311203)

【摘要】教学过程不是一帆风顺的,但也不是困难重重的,平时应在阻碍教师教学、学生学习的难点例题上多下工夫。要具体分析例题难点的数学背景,体现教师教学技能的特长于素养;例题的难点就是学生知识的遗漏点和能力的拐点,是学生思考的出发点;因此,解决难点例题的过程,其实就是提升学生知识与能力增长点,从而获得思维维度和宽度的过程;难点例题的问题解决,就能实现高效课堂教学目标。本文旨在通过对平时教学中突破难点例题教学的总结、归纳、反思,梳理出突破难点例题教学的策略。

【关键词】难点;例题;教学

一、“难点例题”的概念界定

例题是指用来说明某一定律或定理时用来做例子的问题,例题的本质是问题;难点是指问题不容易解决的地方。学生在学习作为例子的问题时,在问题的理解分析、知识点的选择应用或解题技巧等某一方面或某几方面具有较大的困难,往往会产生听得懂、理不清、不会做的现象,这就需要教师采取一定的教学策略帮助学生克服困难,最终,学生能把例题中的知识与原有的知识形成同化,真正掌握本例题所涉及的教学内容,具有以上特性的例题称为“难点例题”。

二、难点例题教学的重要性

难点例题往往蕴含着较多的知识内容、思想方法、解题技巧等,难点例题的教学,对教师 and 学生的意义都是不言而喻的。于教师,具体分析例题难点的数学背景,体现教师教学技能的特长与素养,于学生,例题的难点就是学生知识的遗漏点和能力的拐点,是学生思考的出发点;因此,解决难点例题的过程,其实就是提升学生知识与能力增长点,从而获得思维的维度和宽度的过程。

三、难点例题教学中存在的问题

(一)文本设置的问题:数学问题往往也是生活问题,需要了解其来龙去脉,由于教材的局限性,编者在编纂例题时,为了教材的编排方式,往往会掐头去尾留中段。我们无法否认该例题的典型

性和精妙处,但失去了问题的源头,就造成了学生的思维障碍,形成了难点,而剔除了问题去向,则截断了知识的系统性,造成了学生在知识应用上的模糊。

(二)教师意识的问题:在帮助学生解决难点例题时,教师凭多年经验,往往重视对学生进行解题方法和技巧的指导,很少思考这些解题方法和技巧背后所蕴含的本质的知识点,造成教学的不到位。

(三)学生意识的问题:大多学生都重视问题做出来了,很少关心怎么做出来、为什么这样做、还能怎样做等过程性的问题,这就阻碍了学生思维的全面性、灵活性的发展。

(四)静态媒体的缺陷:教师、学生面对的大多是书本等静态媒体,形成了以“静止”为主的思维方式,而有些难点例题难在“动”上,“动”与“静”的矛盾,影响了问题的解决。

四、难点例题教学的突破策略

(一)重组原有例题,创设特殊引例

从特殊到一般这一认知规律应用在具体教学过程中,就是对教学内容的梳理重组,我们应从学生认知规律出发,由浅入深,化繁为简,由易至难,在共同探索中加深对数学知识的理解,同时拓展学生的解题思路,获得有效解决数学问题的思想与方法,让学生站在理论的高度指导自己找寻解决

问题的途径。元认知理论告诉我们,学生在学习时,随时会评估自己的理解,一旦出现偏差,学生就会调整原有方法或选择其他方法来解决,为了引导学生在调整或选择时往更合理的方法前行,教师可以为学生点一盏明灯,即为难点例题创设一个可起引导作用而又容易解决的特殊问题。

例如,在教学浙教版九下3.1直线与圆的位置关系(3)时,勉强利用一节课的时间完成教材中的两个例题,笔者花了大半节课的时间来解决本题,但效果不佳。除了教参中提到的难点之外,学生又提出了两个问题:一是既然是实物测量,事先怎么会知道圆心;二是如图1-2,作为切线,OC这条辅助线是很容易想到的,有了直角梯形ABCO,高线AD也是顺理成章的成为梯形中常用辅助线,关键是为什么要连结AO,或者说,作了垂线AD后,构造垂径定理中常规直角三角形即连结AO也就容易想到了,为什么作垂线AD成了这种思考方法的关键,因此作AO,AD这两条辅助线中的一条成了学生解决本题的难点。像上面这样的难点例题,学生一时想不到解决问题的方法时,就需要教师利用从特殊到一般先退后进的原则为原题创设一个可以起引导作用的引例,以便帮助学生找到解决问题的思路和方法。为了解决上述问题,笔者在后来的教学中将原有例题作了如下的变式设置:

(1) 我们木工师傅采用角尺测量出圆的半径。如图2-1,第一次测量,角尺的两边分别和圆相切于A,C两点,角尺的直角顶点为B,量得 $BC=4\text{cm}$ 。(2) 第二次如图2-2,角尺的长边与圆相切于点C,角尺的短边与圆相于点A,角尺的直角顶点为B,量得 $AB=8\text{cm}$, $BC=16\text{cm}$ 。

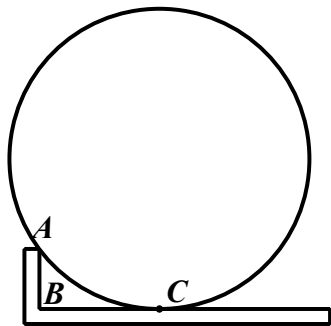


图 2-2

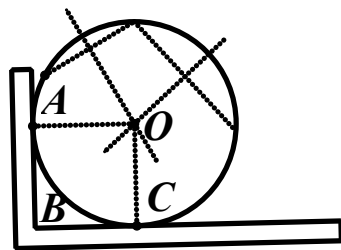


图 2-1-1

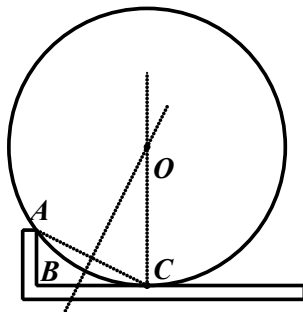


图 2-1-2

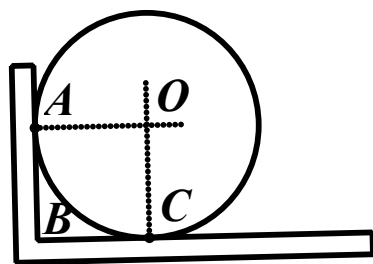


图 2-2-2

学生在完成(1)时,有不少学生忽视问题背景,直接画两条弦,再分别作它们的中垂线,交点就是圆心O,然后连接OA,OC,证明正方形OABC,如图2-1-1,教师在肯定的同时提醒同学进行简化,最后可以根据“经过切点垂直于切线的直线必经过圆心”同时作出本题两个小题的辅助线,如图2-1-2。有了(1)的铺垫,学生很快就能找到最优化的方法确定(2)中的圆心,过点C与BC的垂线与弦AC的中垂线的交点即为圆心O,如图2-2-1。在这基础之上可以追问学生“过点A与AB垂直的直线与OC交在何处?请你画一画”,向学生点明了方向,就解决了“作AO,AD这两条辅助线中的一条成了学生解决本题的难点”这一问题。通过这样的问题设置,既应用到了本节课的教学重点知识,又帮助学生突破了例4中如何作辅助线这一难点,

还有利于学生学习思考问题的方式,更有利于培养学生的质疑精神。

(二) 改编原有例习题,在对比中明确

《新课标》倡导教学要关注学生已有的知识体验和 life 经验;明确新知识的发生和发展过程,挖掘可能蕴涵的教育价值。然而,实际问题往往蕴含了较多的数学知识,需要用不同的方法来解决所涉及的系列问题。例如,浙教版八上 2.3 一元二次方程的应用(1)核心知识之一是利润问题,既然关注的是利润自然就要考虑利润最大化的问题。作业题 1:浙教版八下 P41 作业题 1 作为例题的教学设计,对于学生来说,这种生活情景的感受远比对书上例 1 的感受要深,因此选择作业题 1 作为例题更为合适,又考虑到利润最大化的问题,笔者将该题改编如下:某店卖一种饮料,平均每天卖 100 箱,每箱盈利 120 元。为了扩大销售,增加利润,超市准备适当降价。据测算,若每箱降价 1 元,每天可多售出 2 箱。(1)为使每天获利 14000 元,每箱应降价多少元?(2)能否每天销售饮料获利 15000 元,为什么?(3)要使每天获利最大,每箱应降价多少元?通过对原有例题问题的拓展设置,充分挖掘了该题的教学价值,帮助学生清晰而全面认识生活中的实际问题,同时明确一元二次方程这一数学模型在刻画现实生活问题时的作用与局限性,并为今后学习二次函数埋下伏笔,但这样的拓展,对八年级的学生来说,问题(3)就成了难点例题。问题(1)、(2)可转化成两个一元二次方程 $(120-x)(100+2x)=14000$, $(120-x)(100+2x)=15000$ 的求解问题。对于问题(3),可以采用对比教学的方式来突破,进一步让学生明确配方法在方程和代数式中的不同应用,问题(1) $(120-x)(100+2x)=14000$ 经过化简得到 $-2x^2+140x=2000$ 再经过配方得到 $x^2-70x+35^2=-1000+35^2$ 求解 $x=20, x_2=30$ 而问题(3) $(120-x)(100+2x)$ 化简 $-2x^2+140x+12000$

再通过配方得 $-2(x-35)^2+14450$ 求解当 $x=35$ 时,有最大值 14450;通过对问题(3)的解决,可以帮助学生反观前两个问题,通过对比教学,更使学生对配方法有了进一步的认识和明确。作为教学中最常见的一种有效方法,类比教学在培养学生思

维的灵活性上有很大成效。因此在数学学习中,思维的灵活性表现在求新、求异、求变,要求学生不拘泥于固定模式或方法,能够做到融会贯通、举一反三,能够超脱出习惯性思维方式,上面一题多变的对比教学方式正好可以培养思维的灵活性。

(三) 整合应用相似习题,认清问题本质

传统的课堂教学模式学生往往缺乏积极主动性,如何打破这一现状,提升学生的主人翁意识?在例题教学中,要引导学生主动分析题意、探求解题思路,逐步解决问题,只有这样获得的才是学生的真实能力。落实到具体操作中,教师应遵循学生认知的“最近发展区”原则,抓住例题学习的核心知识,将一个难题层次化,即搭建好学生学习思考的脚手架,逐步引导突破难题,掌握例题所体现的数学思想和方法。浙教版八下 4.1 多边形的内角和定理学习后我拿出了这样一个例题:有一组对角相等而另一组对角不相等的凸四边形叫做“等对角四边形”。(1)已知:四边形 ABCD 是“等对角四边形”, $\angle A \neq \angle C$, $\angle A = 60^\circ$, $\angle B = 70^\circ$,求 $\angle C$, $\angle D$ 的度数(2)在探究“等对角四边形”性质时:小红画了一个“等对角四边形”ABCD,其中 $\angle ABC = \angle ADC$, $AB = AD$,此时她发现 $CB = CD$ 成立。请你证明此结论(3)已知:在“等对角四边形 ABCD 中”, $\angle DAB = 60^\circ$, $\angle ABC = 90^\circ$, $AB = 10$, $AD = 8$ 。求对角线 AC 的长。学生对于(1)与(2)二个小题很容易解决,对于第三小题的解决学生遇到了困难,如何突破,分类讨论是关键;这就需要善于抓住契机分析,①当 $\angle DAB = \angle C$ 时,通过画图进行研究,可以延长 AB 和 DC 相交于点 P,利用含有 30° 的直角三角形知识和勾股定理就解 AC,②当 $\angle B = \angle ADC$ 时,利用刚才的方法可以求得 AC 的长。这种求解的方法很好的解决了前面的两个难点,同时,通过整合相似题形成题组的处理方式,有效的培养了学生数学思维深刻性。

(四) 演示例题的动态过程,培养活的思维模式

怎么分析例题,是教师教学技能和综合数学素

养的体现。对于例题的难点突破我们应该从课标要求出发，这是一种显性知识目标；同时应考量目前学生的认知水平，这二者之间存在的差距，这是隐性的知识目标；从而要求教师设计有效的教学方案，设置层层推进的问题链，体现例题的动态过程，培养灵活的思维方式。

例如，浙教版九上 3.4 圆周角（1）中对于圆周角定理的证明，教参上有这样的说明：“定理必须经分类讨论才能证明。但在对于学生而言怎么知道为什么需要分类讨论和怎样分类讨论？因此教学中先不要提出分类讨论仅就图 3-1（教材中是图 3-28）的简单情况分析证明，而当提图略---（教材中是图 3-30，图 3-31）时，前面的证明能否包括吗？显然前面的证明不能包括，因此，再提出分类讨论是必然的……如果一个图形不能概括一般的情况，那么证明就往往需要分类讨论……”。这里存在几个问题：（1）单就证明而言图 3-2 这种情形是最简单的，为什么先让学生证明图 3-1 这种情形；（2）图是老师给学生的还是学生自己画的，如果图是老师给的为什么只给一种情形而不给全，如果图是学生自己画的，一个班几十位学生难道画出来的图形都是图 3-1 这种情形；（3）完成了图 3-1 这种情形的证明后，怎么想到要提出图 3-2 和图 3-3 这两种情形，由谁来提出，如果事先不知道要分类，怎么会想到还有其他情形呢；（4）如果事先不知道还有其他情形，又怎么会思考一个图形能否概括一般情形呢，或者说就算知道有其他情形，本题是否需要考虑呢。笔者认为学生不能深刻、全面的理解本题原因在于学生看问题的方式是静止的、单一的、片面的；解决本题的关键是如何引导学生动态的来思考问题。根据缄默知识理论和过程性原则、直观性原则、多样性原则，笔者设计了如下的教学过程：（1）画一个圆和圆心角 $\angle BOC$ ，度量 $\angle BOC$ 的度数；画出弧 BC 所对的圆周角 $\angle A$ ，能画几个？（2）量得你所画的圆周角的度数，猜想 $\angle A$ 与 $\angle BOC$ 具有怎样的数量关系；（3）观察圆心 O 的位置与你所画圆周角的两边 AB, AC 关系，有几种情形？请你找出每种位置关系的代表图，重新分类画图；（在学生体验、归纳的基础之

上，教师需要用几何画板给学生一个动态的演示，让点 A 从弧的一边运动到另一边，帮助学生验证自己所画图形的正确性和完备性，就画图而言，图 3-2 这种情形是最难出现的。之所以先让学生动手画图再由教师动态演示，是为了让学生通过自己的亲身经历形成分析动态问题的能力。通过这 3 个题组，引导学生解决了分类讨论的问题。）

（4）结合代表图形，证明你在（3）中猜想。（这里不再限定学生先证明哪种情形后证明哪种情形，原因在于大部分学生会选择的简单的情形图 3-2 先进行证明，对另外两种情形的证明，教师是否还要再作提示，要通过教师在巡视时的实际情况而定。）

分类讨论是中考的热点和难点，在现实生活中也有着广泛的应用，在平时的教学中应多加引导，引导学生多用动态的眼光看“活”的问题、看活问题，而少用静止的眼光看“死”的问题、看死问题，在潜移默化中让学生体会分析问题的方法。

五、反思

（一）难点例题有即时的生成性，有些难点例题在课前可以事先预知并作充分准备，而有些非难点例题在教学过程中因教师、学生的差异会转化成难点例题，这就需要教师临场应变。

（二）重视突破难点例题的方法、技巧，更应重视方法、技巧背后的本质内容，以不变应万变。

（三）把“死”的教材读活，以发展的眼光、“活”的思维方式来看难点例题，把“死”例题看活，理清例题的来龙去脉，把“活”例题看通，变化情况了然于心。

难点例题的教学，对教师、学生都是一种挑战，有效的突破难点例题的教学，会给教师的教学和学生的学习带来质的飞跃，只要我们平时多反思、勤总结，相信我们的教学会变得更加圆通自在。

参考文献：

- [1] 张绪培：《初中数学教学案例专题研究》，浙江大学出版社 2005 年 3 月第 1 版。
- [2] 吴松年：《新课程有效教学疑难问题操作性解读》，教育科学出版社 2007 年 9 月第 1 版