

哲学视域下的高等数学教学

李霞

(无锡城市职业技术学院, 江苏 无锡 214000)

【摘要】高等数学中蕴含着丰富的哲学思想, 比如“有限与无限”“常量与变量”“曲与直”“量变与质变”等矛盾双方对立统一规律; “否定之否定定律”, “从认识到实践的马克思辩证唯物主义思想”, 在教学时要注意挖掘哲学思想方面的素材, 要渗透哲学思想的教育需要从以下4方面着手进行: 1. 适当讲解数学史; 2. 有效设计数学课程教学目标; 3. 教师主动学习哲学原理; 4. 进行多元化的教学评价。

【关键词】高等数学; 教学; 哲学思想

恩格斯说, “数学中的转折点是笛卡尔的变数。有了变数, 运动进入了数学, 有了变数, 辩证法进入了数学, 有了变数, 微分和积分也就立刻成为必要的了。”从这可以看出数学和哲学是密切相关的, 数学本身就是哲学, 高等数学中的很多概念就体现了辩证唯物主义哲学思想, 比如“从特殊到一般, 从具体到抽象”; “有限与无限”“常量与变量”“曲与直”“量变与质变”等矛盾双方对立统一规律; “否定之否定定律”, “从认识到实践的马克思辩证唯物主义思想”等都是哲学思想的深刻演绎和体现。

一、高等数学中所蕴含的哲学思想

(一) 特殊与一般, 具体与抽象的思想

对客观事物的认识建立在实践的基础之上, 认识遵循着从具体到抽象, 从一般到特殊, 或从特殊到一般的过程, 在此过程中把具体的概念进行深刻的思维加工, 达到具体的再生产, 由理性的具体上升到理性的抽象, 从而把握事物的内在联系和本质。高等数学中很多概念的发现也遵循着由具体到抽象, 由特殊到一般的过程。比如在讲解函数求导时, 我们先讲解复合函数的求导, 再讲解隐函数的求导, 它们之间的关系就是从具体到抽象的关系。

高等数学概念定理的发现遵循着从特殊到一般的认识规律, 比较经典的例子是罗尔定理和拉格朗日中值定理之间的关系, 罗尔定理是拉格朗日中值定理的特例, 拉格朗日中值定理是罗尔定理的一般情况, 而拉格朗日中值定理使用范围更加广泛。当时罗尔定理发现的时候更早些, 在证明拉格朗日中值定理时采用了罗尔定理的结论, 并且证明思路就

是通过构造辅助函数, 使该函数满足罗尔定理才得以证明。所以了解这两个定理间的关系, 有助于我们更好地理解这两个定理, 运用起来也更得心应手。

(二) 对立统一规律

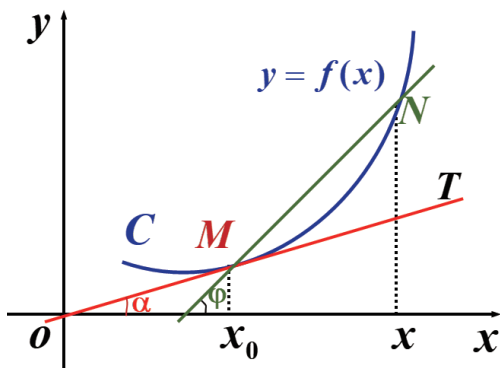
对立统一规律是唯物辩证法的根本规律, 矛盾分析法是认识世界和改造世界的根本方法。它揭示了“无论在何领域, 任何事物和事物内部以及事物之间都包含着矛盾, 矛盾的对立双方互相争斗的结果, 无一不在一定条件下相互转化。”

在高等数学的知识体系中, “有限与无限”“常量与变量”“曲与直”“量变与质变”等诸多概念都是对立统一规律的具体体现, 这些矛盾的对立方在一定条件下都能相互进行转化, 矛盾双方的统一与斗争推动事物的运动、发展与变化。

1. 有限与无限: 有限与无限是物质世界中存在的客观矛盾, 是物质的运动在时间和空间上表现出来的辩证联系, 是对立的统一, 无限由有限构成, 有限包含着无限, 有限体现着无限。在高等数学中引入了极限的概念, 这是高等数学区分与初等数学的重要内容, 极限的概念中就体现了有限与无限的辩证关系, 极限是研究函数随着自变量趋向于无限大时变化的趋势, 此过程中体现了随着项数趋向于无限大, 函数值的变化趋势。

2. 常量与变量: 在讲解导数的概念时, 有一引例求曲线切线的斜率, 如下图所示, 求曲线 $y=f(x)$ 在点M处的切线斜率。先作割线MN, 切线MT, “切线与割线”就是一对“常量与变量”, 一般情况下割线与切线是相互对立的, 割线MN无论怎么变化都到

达不了切线 MT 的位置，但是当 N 点无限趋向于 M 点，即 $\Delta x \rightarrow 0$ 时，割线 MN 就转化为切线 MT。



3. 曲与直：曲与直也是一对矛盾的双方，它们相互对立，并在一定条件下能相互转化，在高等数学的许多概念中运用“以直代曲”的方法进行运算，比如讲解定积分的概念时求曲边梯形的面积中，就采用了以直代曲的方法，通过 4 个步骤进行求解，先对曲边梯形的底边进行无限分割，将曲边梯形分割成无数小的曲边梯形，曲边梯形的上底仍然是曲线，但当无限细分时上底无限小，此时就可以化曲为直，以矩形来近似代替曲边梯形，求出曲边梯形的近似值，接着求和，求出所有小曲边梯形面积的总和，得出总面积的近似值，最后一步取极限，得出大的曲边梯形的真实值，在此过程中采用了“以直代曲”的方法。当上底无限小，小到可以忽略不计时，就可以用直线来近似代替曲线。

4. 量变与质变：事物的量变状态不断进行累积，达到一定的程度最终转化为质变状态。在导数概念的引例中，求曲线切线的斜率，割线的量变状态达到一定程度也会转化为质变状态。变量 Δx 也就必须由非零转化为零，否则割线就不能实现由量变状态向质变状态的转化，这表明在割线与切线的矛盾运动中，无穷小量 Δx 一定要由非零转化为零，零就是 Δx 变小过程的“最高点”，因为这时实现了割线的质变。割线 MN 的质变，就是转化到它的对立面——切线 MT。

5. 局部与整体：在高等数学有些概念中还体现了局部与整体的区分，比如极值就是局部性的概念，而与之相对应的最值就是整体性的概念。极值指的是某个小区间上的最值，这个区间率属于整个定义域，所以它是局部性的概念，而最值是整个定义域上的最值，所以极大值或极小值可以有多个，而最

大值或最小值只有唯一的一个，这是它们间的区别。

例如：微积分基本定理 $\int_a^b f(x) dx = F(x)|_a^b = F(b) - F(a)$

微积分基本定理揭示了微分与积分之间的本质联系——微分与积分是互逆运算。微积分基本定理从理论上揭示了积分与微分分别是同一变量（原函数增量）的整体形式和局部形式，积分 $\int_a^b f(x) dx$ 是微分 dF 的无限积累；微分 dF_i 是积分 $\int_a^b f(x) dx$ 的无限细分，这又从“和”与“差”的角度进一步阐明了微分与积分的互逆关系，而通过微积分基本定理将积分和微分这对矛盾的对立方统一在一起，从而说明了无论在什么领域，矛盾的对立方在一定条件都能相互转化。

（三）否定之否定定理

否定之否定定律是这些的基本规律之一，它揭示了事物发展的前进行与曲折性的统一，表明了事物的发展不是直线式前进而是螺旋式上升的。

仍以导数概念的引例中求曲线切线的斜率为例，当 $\Delta x \rightarrow 0$ 时，N 点沿曲线 C 趋向于 M 点，割线 MN 无限 $\rightarrow$ 切线 MT， $\varphi \rightarrow \alpha$

$$\tan \alpha = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \tan \varphi = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

$\Delta x \rightarrow 0$ 时 $\Delta y \rightarrow 0$ ，对割线斜率这个确定的量而言，是被否定了变成无了，但这个无是相对于割线斜率这个特定物的无。因为割线的消失与切线的诞生是同时发生的，因此它就出现在同一数学等式中，

“ $\frac{0}{0}$ ”是割线与切线矛盾运动中所产生的，在这种

情景下，它不能是任意值，而应该是割线斜率所转化成的切线斜率，应该用一个新的符号表示，这就是“ $\frac{0}{0} = f'(x_0)$ ”的辩证关系。

（四）从认识到实践的马克思辩证唯物主义思想

任何概念的发现其实都遵循着从实践到认识再到实践的马克思辩证唯物主义思想，比如导数概念的发现，是在解决曲线切线斜率问题，以及研究做变速直线运动的物体的瞬时速度时，发现了这样一个数学模型，即函数的变化量与自变量的变化量比值的极限形式，这个模型多次出现，后来就定义为导数，也就是说导数的概念来源于实际问题，然后抽象概括出数学模型 $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$ ，将该数学模型定义为导数，然后利用导数的概念再回到实际问题中去解决

实际问题,比如求细杆的线密度问题,电路中运用电量求电流问题,边际成本问题等等,这样一个过程就遵循着从实践中来,回到实践中去的马克思辩证唯物主义思想。当然不止这一个概念,很多概念的发现,发展都遵循着这样的原则,我们在教学时有意识地培养学生注意观察到高等数学中所包含的这些哲学原理,对于培养学生的数学能力,数学思想方法,以及提出问题、分析问题、解决问题的能力能起到一定的作用。

二、哲学视域下的高等数学教学

高等数学中包含着丰富的哲学思想,我们在教学时有意识地渗透哲学思想,能提高学生数学学习的兴趣,让学生不觉得高等数学内容比较枯燥,从而提高课程效果,同时也能潜移默化地培养学生多观察、多思考的能力,了解到高等数学中所含有的宝贵的精神食粮,也有助于培养学生严谨科学的数学精神,提高学生的数学思维能力,掌握抓住事物本质的能力,从而整体提高学生的数学素养和综合能力。

(一)适当讲解数学史,让学生了解到微积分的创立史

在讲解内容的过程中适当穿插数学史,不仅能激发学生学习数学的兴趣,也能让学生了解到微积分整个数学体系创立的过程,在此过程中了解到各国数学家发现数学概念和数学定理艰难的过程,看到这些数学家身上难能可贵的为了真理不懈努力的数学精神,同时了解到这些数学史也更有助于学生更好地理解微积分内容,激发他们学习数学家身上不怕艰苦、勇往直前的精神,养成严谨细心、认真严肃对待科学的学习态度,这些都无形中培养了学生治学严谨的学习态度和学习精神,对于学生今后步入社会打下坚实的基础。

(二)有效设计数学课程教学目标

传统的高数教学目标包括知识目标和能力目标,为了提高学生的综合素养,我们还应增加德育目标,德育目标不仅包括爱国主义教育,还应增加学生对于数学文化的了解,体会到数学家精神的内涵,学习并发扬数学家身上的精神,掌握科学的数学思维方法并会灵活运用,具备一定的探索问题的精神,这些都是培养学生德育能力的目标。比如在设计“微积分基本定理”课程德育目标时,可以从

下面几方面进行设计:1.了解牛顿和莱布尼茨各自创立微积分的过程;2.了解牛顿和莱布尼茨在此过程中所做的贡献;3.叙述微积分基本定理中所包含的哲学思想。

(三)教师主动学习哲学原理,挖掘高等数学概念中的哲学素材

在高等数学教学中渗透哲学思想教育,这对教师的教学提出了更高的要求,作为教师首先要熟悉辩证唯物主义思想,在高等数学内容中挖掘哲学素材,并形成自己的教学素材资源库,这样才能在教学中发挥应有的作用,从而提高课堂效果,让学生获益更多。

(四)进行多元化的教学评价

在设计课程教学目标时增加了德育目标,那在进行教学评价时就不能沿用以往的教学评价,而应进行多元化的教学评价体系。传统的教学评价分为平时成绩+期末成绩,评价手段比较单一,不能比较客观、综合、全面地来评价学生学习高等数学的效果,所以要改变传统的教学评价模式,改为多元化地进行教学评价。评价内容从只注重知识目标的达成,到也注重德育目标和能力目标的达成,在评价体系中增加“根据哲学思想写小论文”“会用数学软件求导数与积分的能力”“分组进行讨论问题得出结果,并进行演讲”等方面的考核,让考核更加多元化,不仅限于平时的考勤,课堂作业,课堂表现等,这样才能更有效更全面地考查学生掌握知识和运用知识的能力。

参考文献:

- [1] 周海阳,冯郁.哲学视角下的微积分课程思政元素挖掘[J].太原城市职业技术学院学报,2022,(12):112-114.
- [2] 张若军,高翔.哲学视域下的高等数学“课程思政”[J].大学数学,2021,37(02):13-17.
- [3] 张玉新,丁恒飞.课程思政背景下高等数学教学中体现哲学思想元素的探究与实践[J].通化师范学院学报,2021,42(04):120-125.
- [4] 从福仲,李雪飞.从历史和哲学视角看高等数学课程思政[J].高教论坛,2020,(02):54-56.
- [5] 孙涛,裴丽芳.高等数学中的哲学思想[J].高师理科学刊,2015,35(04):61-64.