

浅析高等数学在经济学中的运用

杨金林

(广西百色职业学院, 广西 百色 533000)

【摘要】数学是一门研究客观物质世界的数量关系和空间形式的科学, 是一门独立的学科, 也是重要的研究工具, 在物理经济等其他领域发挥着不可替代的作用。数学是培养理性思维的重要载体, 数学的精确性和严谨性能够为经济学提供可靠支撑。经济学的研究离不开数据收集和分析, 微分方程、导数等高等数学为经济学模型构建及求解提供了重要工具, 随着相关研究的深入, 数学与经济学的联系越发密切。经济全球化背景下, 经济学对于高等数学提出了更高的要求, 基于此, 本文首先分析了数学与经济学的关联性, 明确高等数学在经济学中的作用, 而后阐述高等数学在经济学中的运用实例并从中获得启示, 为日后进行经济学领域运用高等数学的课题研究提供参考。

【关键词】高等数学; 经济学; 理论

引言:

高等数学是经济管理、金融等专业学生必修的一门公共基础课, 能够为相关专业课程学习奠定坚实的基础, 能够提升学生运算技能、分析问题、解决问题等能力, 提高学生的核心素养。随着市场经济的飞速发展, 数学在经济学中起到越来越重要的作用, 从事经济学领域的人员需要具备丰富的数学知识及思想。在经济学中运用高等数学时应辩证地看待二者间的关系, 应学会运用高等数学的知识, 有效解决经济问题或现象, 为经济活动、经济政策等提供有效支撑。

一、数学与经济学的关联性分析

(一) 数学是经济学研究的重要手段

进入现代经济学时期, 运用数学解决经济学实际问题已逐渐成为主流发展趋势。例如, 马克思曾运用高等数学中的微积分研究经济学, 并成为诺贝尔经济学奖获得者; 数学家康托洛维奇建立了线性规划方法, 并将其运用于经济分析中, 为当今经济学领域发展做出重要贡献。诸如此类的事迹还有很多, 可以从明确认知数学在经济学领域中具有非常重要的应用价值。部分经济问题十分复杂, 同时, 经济发展易受到多种因素影响, 相关研究工作难度较大。数学学科的严谨性, 思维逻辑性等特点可以帮助研究工作提供有力工具, 有效帮助研究人员解决部分研究难题, 实现成果突破。例如, 运用数学学科中的定量计算定量分析可以对经济学研究提供帮助使其能够获得可靠的研究成果。

(二) 数学促进了经济学的发展

经济学经历了漫长的发展时期, 直到边际概念建立, 相关学者才将高等数学引入经济学领域中, 实现

了研究突破。经济学与数学的有机融合, 在理论或实际运用等方面都发挥了重要价值, 数学思维及工具已逐渐成为经济学发展的原动力, 二者的结合也生成了许多与经济学相关的学科。例如, 数理统计学、经济控制论等。数理统计学是统计学的重要分支, 以数学的概率论为基础, 具有随机性、数量性、总体性等特征, 已形成众多分支。随着市场经济的发展, 在经济学领域被广泛应用, 已形成保险学等经济学相关学科, 大大拓展了经济学的研究范围。高等数学中的需求弹性、边际分析等, 可以计算出不同时间段市场对商品的需求, 使社会经济稳定发展, 避免出现通货膨胀等危及市场经济运行的问题。

(三) 数学能够解决复杂经济问题

经济学领域许多复杂问题都可以归结为简单的数学问题, 数学具有严密性、精确性等特点。数学公式运用有效降低了经济问题的难度, 可以直观表述出经济因素间的关系, 便于经济变量分析工作, 为其提供坚实的依据, 提高了经济决策的科学性及合理性。例如, 可以从国民生产总值的公式中, 分析出影响国家经济增长的因素, 使领导者能够提出合理决策, 当前阶段已有部分国家以此进行宏观调控使其 GDP 有效上升。

二、高等数学在经济学中的运用实例

(一) 导数在经济学中的运用

1. 导数与边际分析。边际分析是微观经济学中最常用的分析方法之一。边际分析方法是将被追加的支出与收入进行比较, 二者相等时被称为临界点, 也就是资金投入达到收支平衡。到达临界点时, 组织可以获得最大利润, 边际分析法可以帮助组织人员做出

更正确的决策。其中，边际可以理解为“增加的”，在经济学领域，边际量是指某个经济变量受到多样化因素影响而发生的变动量，计算公式为“边际量等于因变量的变化量除以自变量的变化量”，经济变量是指经济系统运行过程中发生变化的量，例如成本、工资、收益等。自变量是指最初变动的量，从公式中可以看出因变量受自变量变动影响，会发生一定程度的改变。边际分析法主要就是为了分析自变量与因变量间的关系。以经济学领域中的边际效用为例，它是指当消费者增加某一单位消费时获得的额外效用，可以衡量某一种商品增加购买数量时提供的额外满足感。从个人角度讲，随着消费量的增加，边际效用会逐渐减少。从企业角度讲，边际效用是指额外投入带来的额外产出，被称为边际收益，当不再产生边际收益时，则实现利益最大化。从社会角度来看，边际效益是衡量社会利益的重要指标。

以边际效用中的个人角度为例，导数函数公式为“ $MU = \Delta TU \div \Delta Q$ ”。其中，MU 代表边际效用，Q 为某一商品的购买数量，TU 表示总效用。总效用与边际效用可以衡量消费者的满足程度，该商品消费是否满足购买需求。消费者消费某一单位时所获得的整体满足程度就是总效用。当 MU 为正数时，TU 增加；MU 为 0 时，TU 达到最大值；MU 为负数时，TU 减少，消费者更愿意购买 MU 高的商品。边际效用递减规律商品购买数量越多，所产生的边际效用越低，商品价格受边际效用影响也会随之降低，购买数量减少时，变化规律则相反。从这一规律中可以得出经济学的需求定理，商品需求量与价格呈反方向变化，这也就是常说的供求关系变化。运用数学知识画出效用变化曲线时，每一消费量上的效用值为总效用曲线对应点的斜率，即该消费量上 TU 的导数 $L(x)$ ，利用导数可以分析边际产量、边际成本等。利用导数解决经济学中的边际问题，可以分析优化消费者购买行为，为企业领导者进行投资决策时提供数据支持，使其能够获得最大利润，同时也能够使市场经济合理运行，避免通货膨胀等问题发生。

例：上班族张某每月固定购买 x、y 两种商品，最初 x 商品的价格为 25，y 商品价格为 10。张某在购买第 7 件 x 商品和第 3 个单位 y 商品时，边际效用为 12 个单位和 10 个单位。为达到效用最大化，张某该如何继续购买两种商品呢？答：分析题目并根据边际效用公式及需求定理得知该消费者效用最大化的条件为购买两件商品的 MU 相等。则应减少 x 商品的购买，增加 y 商品的购买，直到达到最大化效用。

2. 导数与弹性。微观经济学中，弹性系数 = y 变动的百分比 $\div$ x 变动的百分比。例如，税收弹性系数是税收对经济增长的反应程度计，税收收入增长率与经济增长率的比率，公式为“ $ET = (\Delta T/T) / (\Delta Y/Y) \times 100\%$ ”。弹性理论主要是研究价格变动与供求之间的量的关系，是价格理论中的重要组成部分。需求弹性也是经济学中一个非常重要的概念，主要是指价格变动引起商品需求量变化。消费者对商品的需求程度、商品的可替代程度、商品本身用途的广泛性、使用时间长短、在家庭支出中所占的比例等都会影响需求弹性。需求量变动引起价格变动的反应程度计算公式为“需求弹性 = (需求量变化率 $\div$ 价格变化率) $\times$ (当前价格 $\div$ 当前需求量)”。在计算需求弹性时，主要包括弧弹性及点弹性。将导数运用其中可发现需求曲线上某一点处需求弹性的大小，既取决于点的位置，也取决于该点处需求曲线的形状。同样，商品供给的价格弹性主要反映供给数量及其产生的价格变化程度，商品供给的价格弹性系数等于商品供给量变动的百分比除以商品价格变动的百分比，其公式为“弹性系数 = 供给量变动的百分比 $\div$ 价格变动的百分比”。例：消费者王某收入未发生变化，需要购买 x、y 两种商品。此时，y 商品价格不变，x 商品发生一定涨幅。以此进行函数图像绘制，将 x 商品数量定为坐标轴的横轴，王某用于商品的消费与 x 商品数量平行，求此时 x 商品的需求价格弹性。答：分析题目，王某收入不变、用于商品的消费与 x 商品数量平行即可得出与商品的消费数量也未发生变化，用于购买商品的总消费未发生变化。因此，用于 x 商品的消费同样没变。根据需求弹性公式“需求弹性 = (需求量变化率 $\div$ 价格变化率) $\times$ (当前价格 $\div$ 当前需求量)”及需求曲线可以计算出，此时 x 商品的需求价格弹性为 1。因此，此题目答案为“等于 1”。

(二) 微分方程在经济学中的运用

微分方程是高等数学的重要组成部分，在经济学领域也有重要作用，主要用于了解经计量的变化。解方程主要是指关系式中含有未知函数及其数，求得位置函数的过程。根据相关经济问题，建立数学模型，将其所要研究的问题设置为未知函数，利用微分方程算出结果，而后通过分析结果，解释相应经济量的意义及规律，并做出科学的经济决策。经济学中的生产函数、经济增长、动态投资、消费函数等均可利用微分方程进行有效推导。当前阶段，国内外对微分方程在经济学中的运用已有许多研究。运用微分方程解决实际问题，需要建立数学经

济模型,求解得出的微分方程,最后对结果进行分析,这一过程主要通过一些变系数及非线性的微分方程。数学模型主要包括静态或动态模型,动态模型又可以细化为价格调整模式、蛛网模型等。以经济学中的生产函数为例,在经济学中生产函数是必不可少的概念。生产函数是指在保持技术水平不变的前提下,固定时间内商品生产时所使用的各种生产要素数量与最大生产产量之间的函数关系。这一关系的运算可以运用微分方程模型表示,用数学形式进行展示时,可以为线性或非线性,用数学表达为“ $Y=F(K,L)$ ”。其中, Y 为生产产出, K 为资本存量, L 为劳动力供给,将资本存量与劳动供给代入方程中可以得出一阶偏微分方程,而后进行求解能够得出有关生产函数的性质,例如弹性系数、边际效用等经济学领域内容。

例1:已知某产品的需求函数和供给函数分别为 $q_s = -3 + 5y$, $q_d = y'' - 4y' - y + 39$, y 是价格,初始条件为 $y(0) = 6$, $y'(0) = 4$,假如在时刻 x 供需平衡,求价格函数 $y(x)$ 。

解:因为在时刻 x 供需平衡,所以需求函数和供给函数相等,即 $q_s = q_d$,也就是 $-3 + 5y = y'' - 4y' - y + 39$,得 $y'' - 4y' - 12y = -48$,这是一个二阶常系数非齐次线性微分方程,该方程对应的齐次方程为 $y'' - 4y' - 12y = 0$,它的特征方程为 $r^2 - 4r - 12 = 0$,有两个实根 $r_1 = 6$, $r_2 = -2$ 。

齐次方程为 $y'' - 4y' - 12y = 0$ 的通解为 $Y = c_1 e^{6x} + c_2 e^{-2x}$,而 $\lambda = 0$ 不是特征方程的根,所以方程 $y'' - 4y' - 12y = -48$ 的一个特解为 $y^* = a$ 将它代入方程得 $a = 4$ 。

这样方程 $y'' - 4y' - 12y = -48$ 的通解为 $y = c_1 e^{6x} + c_2 e^{-2x} + 4$ 。

由 $y(0) = 6$, $y'(0) = 4$ 得 $c_1 = c_2 = 1$,价格函数为 $y = e^{6x} + e^{-2x} + 4$ 。

三、经济学中运用高等数学的启示

早期在经济学中运用高等数学相关领域研究时,部分学者将数学作为计算工具,对数学思维价值缺乏重视。在实际研究中,利用数学知识解决经济问题存在形式化现象,无法充分发挥高等数学的作用,有效指导经济活动,数学的价值没有得到充分体现。相关经济学研究学者应提升数学思维,明确数学知识的价值,实现数学思维与经济思维的有机融合,实现二者的辩证统一,充分发挥高等数学

的优势作用。同时,经济学中运用数学模型、数学方法解决实际问题的过程也是优化数学体系的过程,可以使数学学科创新发展,趋于成熟。其次,数学化是经济学发展的主流趋势。经济学数学化发展主要经历了以下几个阶段:其一,古典经济学中。这一阶段的经济学领域主要运用数学进行定量计算,仅作为经济学研究的补充与辅助,作为一种计算工具存在。而后进入新古典经济学时,相关领域研究已广泛运用数学方程及数学理论。当前阶段,现代经济学中,随着信息化技术的发展,高等数学体系已逐渐成熟,经济学领域已将统计学经济、计量学等多种数学方法与思维运用到实际研究及应用中,并将其作为数学与经济学联系的重要载体。就经济学的发展历程而言,数学化是经济学发展的特征之一。随着经济问题中的数量关系越发复杂,对高等数学知识、理论、方法、思维等更加依赖。同时,由于数学的可证伪性,可以使经济预测结果更加接近实际结果,保障经济活动顺利开展。经济全球化背景下,数学与经济学的融合是经济学发展的主流趋势,需要提高重视,二者的有效结合是经济学发展中必不可少的重要内容。

结语:

综上所述,随着经济的飞速发展,高等数学在经济学中起着越来越重要的作用,高等数学与经济学二者辩证统一。高等数学是经济学专业学生必修的一门基础课程,是经济学相关领域研究必不可少的工具之一,极大程度拓展了经济学领域使经济学能够飞速发展。同时,高等数学能够保障经济决策的可行性及科学性。当前阶段,高等数学中的导数、最小二乘法、积分、微分方程等在经济学领域已充分发挥自身价值,为经济学发展提供有效支撑与服务。因此,在实际应用中,需要树立辩证思维,运用高等数学知识分析、解决实际经济问题,提升经济学思维,从而提高应用效果,推动二者相互促进、协同发展。

参考文献:

- [1] 何婧. 高等数学翻转课堂探究式教学方式的创新与实践:以经济数学为例[J]. 中国科技期刊数据库 科研,2022(6).
- [2] 王程辉,贾松伟. 微分学于经济学的应用[J]. 内蒙古科技与经济,2022(13).
- [3] 何婧. 高等数学翻转课堂探究式教学方式的创新与实践:以经济数学为例[J]. 中国科技期刊数据库 科研,2022(6).