

我国铜期权定价模型的有效性研究

孙子涵

(甘肃省兰州财经大学, 甘肃 兰州 100020)

【摘要】随着世界经济联系日趋紧密,大宗商品的价格波动已然对我国宏观经济产生重要影响。本文选取我国沪铜 2005 从 2019 年 12 月 9 日至 2020 年 4 月 6 日这 30 个交易日的收盘价作为样本数据,利用 B-S 定价模型、二叉树模型、蒙特卡洛模拟计算出理论值并与铜期权 CU2005 的实际交易价格进行误差分析,对不同定价模型计算的理论价格所产生的误差大小进行比较,得出蒙特卡洛模拟计算出的理论价格的精确度最高,对铜期权市场价格的模拟效果最好的结论。

【关键词】铜期权 CU2005; 期权定价模型; 误差分析

一、引言

随着世界经济的高速发展,各种金融工具的不断创新和投入交易市场,国际环境下的大宗商品价格波动加剧。而铜作为基础能源,作为大宗商品的重要组成部分,作为我国首个工业期权品种,对铜期权的定价模型有效性进行研究就具有了现实意义。

诸多学者对期权定价模型也有不同程度的研究,多种测度风险的模型运用后的结果显示:国际大宗商品价格的剧烈波动也会对国内产生重要影响,需要充分发挥价格发现功能、建立有效的市场监督体系(张怀清等,2019)。不仅国际大宗商品剧烈波动会影响我国经济,国内大宗商品价格的剧烈波动也会对我国宏观经济产生负面影响,基于国内大宗商品市场的研究范围,运用 DSGE 基准模型,指出我国政府应该制定应对市场价格剧烈波动的相关政策并采取相关措施(王擎等,2019; Lin、Xu, 2019)。

本文边际贡献如下:以中国衍生品市场相对属于新兴产品的铜期权作为研究对象,较为全面的结合 B-S 定价模型、二叉树模型、蒙特卡洛模拟三钟主流期权定价模型分析哪一种模型更适用于中国现行铜期权市场,更能准确刻画铜期权价格。进一步对不同定价模型的实证结果得出的理论值和铜期权实际交易数据分别利用平均误差(ME)、平均百分比误差(MPE)、均方根误差(RMSE)来进行量化分析,得出实证分析的最终结论,并最终给出相应实施方案和建议。

二、模型分析与数值实践

(一) 研究设计

1. 变量选取

此处以我国铜期货主连合约(代码为:CU2005.SHF, 名称为:沪铜 2005)作为实证分析研究的标的

资产。之所以选择主连合约,是因为主连合约的生存周期相对较长,对应的数据具有代表性,可以一定程度上减少选择性偏差。

为了模型计算结果更具有说服力,此处利用历史波动率的方法,选取 2017 年 2 月 14 日至 2020 年 4 月 17 日共计 776 个交易日的沪铜 2005 期货主连合约每日收盘价来估计标的资产的收益率的波动率。

2. 模型构建

在以上, P_t 表示第 t 天铜期货的收盘价(元); R_t 表示铜期货 CU2005 的对数收益率; μ 表示连续复利收益率的样本均值; σ^2 为样本方差; σ 为铜期货 CU2005 的标准差,即为其历史日波动率。这些变量之间的关系式可以表示为:

$$R_t = \ln \frac{P_t}{P_{t-1}} \quad (1)$$

$$\mu = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T R_t \quad (2)$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{T-1} \sum_{t=1}^T (R_t - \mu)^2 \quad (3)$$

接下来对表格中的数据计算可得:

$$\mu \approx -0.000220, \sigma^2 \approx 0.000097, \sigma \approx 0.009859。$$

据此得到铜期货 CU2005 的历史日波动率为: $\sigma_{\text{day}} = \sigma \approx 0.009859$ 。为了方便计算并提高计算的精确度,此处需要将历史日波动率进行年化。已知铜期货 CU2005 的年交易天数约为 246 天,因此可知铜期货 CU2005 的年波动率可以计算为:

$$\sigma_{\text{year}} = 0.009859 \times 246^{\frac{1}{2}} \approx 0.154638 \quad (4)$$

另外,所选取的实证数据可知,交易当天铜期货 CU2005 的现价(即为 2020 年 1 月 20 日当天的交易收盘价)为: $S_0=49240.000000$ 。

同时,本文进行实证分析所选取的代码为 CU2005C45000 的铜期权的交易日为 2020 年 1 月 21 日,又该铜期权的到期日为 2020 年 4 月 24 日,因此铜期权实际交易天数为 62 天(d)。因此,到期期限可表示为:

$$T-t = \frac{\text{实际交易天数}}{\text{年交易天数}} = \frac{62}{246} \quad (5)$$

计算在 2019 年 12 月 9 日至 2020 年 1 月 20 日期间日波动利率的平均值作为本次模型分析的无风险利率,并用 r 表示,其具体值为:

$$r \approx 1.971843 \quad (6)$$

计算整理出以上数据后,对 B-S 期权定价模型、二叉树模型、蒙特卡洛模拟三大期权定价模型分别进行编程处理,并将对应日期的铜期货交易数据分别代入相应模型,可以计算得出相应的理论价格。

3. 数据来源

从 Wind 数据库选取沪铜 2005 期货交易收盘价作为标的,同时将存在周期相对较长的代码为 CU2005C45000 的铜期权对应的每日收盘价作为实际交易价格。选取 2019 年 12 月 9 日至 2020 年 1 月 20 日共 30 个铜期权 CU2005 收盘价作为实际交易价,其中,收盘价用 K 表示,距离到期日为 62 天(d)。

(二) 结果分析

1. 期权定价模型的结果

(1) 模型模拟结果

根据以上步骤以及模型模拟可得出 2019 年 12 月 9 日至 2020 年 1 月 20 日共计 30 个交易日期间分别计算出三大期权定价模型所对应的理论价格,将理论价格与铜期权的实际交易价格整合在一起。

(2) 模拟结果分析

将以上三大模型所计算出的理论价格分别与铜期权 CU2005 的理论价格利用 Excel 制图功能分别绘制出折线图。

B-S 模型、二叉树模型、蒙特卡洛这三个模型模拟出的理论价格与我国铜期权实际交易价格之间的差值均在 0 到 1000 之间上下浮动,还需要进一步量化分析指标,以便准确分析三大期权定价模型在对样本数据进行模拟时的精确度。

2. 模拟结果产生的误差

(1) 选取误差指标

为进一步量化分析三种期权定价模型模拟出的理论价格与我国铜期权 CU2005 实际交易价格之间

差值,此处利用平均误差(用 ME 表示)、平均百分比误差(用 MPE 表示)、均方根误差(用 RMSE 表示)这三个指标来进行误差分析。

此处将三种期权定价模型进行误差分析的理论价格以及铜期权实际交易价格分别用符号定义如下:

B-S 定价模型的理论价格表示为 C_i^1 ,

二叉树模型的理论价格表示为 C_i^2 ,

蒙特卡洛模拟的理论价格表示为 C_i^3 ,

铜期权 CU2005 实际交易价格表示为 C_i 。

令 ε_i 表示为第 i 个样本的模型模拟出的理论价格与实际交易价格的差值,则三类期权定价模型对应的理论价格与实际市场价格之间价差分别用符号表示如下:

B-S 定价模型的价差表示为 $\varepsilon_i^1 = C_i^1 - C_i$,

二叉树模型的价差表示为 $\varepsilon_i^2 = C_i^2 - C_i$,

蒙特卡洛模拟的价差表示为 $\varepsilon_i^3 = C_i^3 - C_i$ 。

定义完以上变量后,三种误差衡量指标对应的计算公式可分别表示为:

① 平均误差:

$$ME = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \varepsilon_i \quad (7)$$

② 平均百分比误差:

$$MPE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\frac{\varepsilon_i}{C_i} \right) \quad (8)$$

③ 均方根误差

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\varepsilon_i)^2} \quad (9)$$

(2) 确定误差

确定了衡量误差的 ME、MPE、RMSE 这三个指标以及给出选取的依据后,依据上文给出的各个指标的计算公式,分别将 B-S 定价模型、二叉树模型、蒙特卡洛模拟这三类模型模拟出的理论价格代入误差指标的计算公式中。

3. 模型误差结果比较

(1) 比值判别法

根据 ME 和 MPE 两个指标可知出 B-S 模型、二叉树模型蒙特卡洛模拟均高估了我国铜期权的实际交易价值,另外蒙特卡洛模拟所得出的铜期权 CU2005 的理论价格和其实际交易价格更为接近,误差相对更小。

为方便起见,此处用 A 表示 B-S 定价模型对应的误差, B 表示二叉树模型对应的误差, C 表示蒙特卡洛模拟对应的误差。据此,各个模型之间的误差比值计算后整理。

由 A/B 所对应的比值均小于 1, A/C 所对应的

比值均大于1可知:蒙特卡洛模拟在利用沪铜2005的交易数据模拟我国铜期权的实际交易数据方面效果更好,相对而言误差更小。

(2) 导致误差的原因分析

根据以上分析可知蒙特卡洛模拟在拟合我国铜期权CU2005的交易价格方面模拟效果最好,但蒙特卡洛模拟模拟出的理论价格相对于铜期权实际交易价格还是存在偏差。之所以仍然存在误差,可以总结为以下几点原因:

①存在幸存者偏差。本人在利用Wind数据库查找我国铜期权相关交易数据时发现:有些品种的铜期权生命周期非常短暂,短至只有几个月,甚至有很多品种已经停止交易上市。这说明仍然在交易上市的铜期权相对收益表现良好,更具有生命力。利用这些市场上尚存在的铜期权进行实证分析必然会掩盖掉那些已经停止上市的铜期权的不良表现,从而产生误差。

②我国首支铜期权于2018年9月21日起才开始在上海期货交易所上市交易,发行时间较短,属于衍生品交易中的新兴事物。存在出上市阶段价格波动大,不能有效反映市场价格等因素,会带来一定的误差。

③B-S定价模型、二叉树模型、蒙特卡洛模拟这三种定价模型成立所需要的假设条件不同,且不能完全符合真实情况下复杂多变的市场交易环境。因此,模型本身在进行计算的时候就会产生误差。

三、结论与建议

(一) 研究结论

1. 本文在发现利用线状图无法直观分辨出哪一种期权定价模型能够更有效的刻画我国铜期权实际交易价格后,选取ME、MPE、RMSE这三个误差分析指标量化不同定价模型计算的理论价格所产生的误差大小,最终利用误差比值进行对照,并得出在三个期权定价模型中,蒙特卡洛模拟计算出的理论价格的精确度最高,对铜期权市场价格的模拟效果最好的结论。

2. 随着铜期权在我国上市交易时间越久、交易价格对应的样本量就越大,运用蒙特卡洛模拟方法可以进行的模拟次数越多,计算精确度越高,并且该模型应用所需的前提条件并不严格,适用于复杂多变的实际市场交易环境,这也是本文最终得出蒙特卡洛模拟对铜期权市场价格模拟效果相对最好的一个内在原因。

(二) 政策建议

1. 由于铜期权市场价格波动的干扰因素较多,

使得除蒙特卡洛模拟以外的其他期权定价模型不能充分发挥作用,应尽快建立完善各种大宗商品交易市场,丰富交易市场的衍生品交易工具,发展各类避险工具,让金融市场的风险管理更加精细、有效。

2. 运用各种期权定价方法对铜期权市场进行有效估计需要一定的专业素养,应加强相关从业者衍生品实操业务的实战性培训。加强对投资者的必备专业知识普及和相关从业人员的职业道德培训工作,倡导投资者理性投资,设立专职机构保护消费者的合法权益。

3. 在国际交易市场进行交易需要具备较高的规避风险的能力,应改革我国大宗商品流通体制,完善我国铜期权交易市场的相关规章制度,加大对违规操作以及违法犯罪行为的惩治力度,完善反暴利、反垄断的相关法律法规。

参考文献:

- [1] 张怀清,赵亚琪,徐瑞慧.国际大宗商品价格对国内通胀的影响研究[J].金融与经济,2019(04):9-16.
- [2] 王擎,李俊文,盛夏.国际大宗商品价格波动对我国宏观经济影响的机制研究——基于开放经济的两国DSGE模型[J].中国软科学,2019(06):35-49.
- [3] Boqiang Lin, Bin Xu. How to effectively stabilize China's commodity price fluctuations?[J]. Energy Economics, 2019, 84.
- [4] 于倩雯,吴凤平,沈俊源,程铁军.碳金融市场中基于模糊测度和Choquet积分的碳期权估值[J].北京理工大学学报(社会科学版),2020,22(01):13-20.
- [5] Myunghyun Kim. How the financial market can dampen the effects of commodity price shocks[J]. European Economic Review, 2020, 121.
- [6] Tesfahun BERHANE, Molalign ADAM, Guriju AWGICHEW, Eshetu HAILE. 使用跳跃扩散模型的咖啡价格期权定价[J]. Journal of Resources and Ecology, 2020, 11(01):111-120.

课题项目: 本文系甘肃省软科学:《甘肃省强县域推进经济高质量发展的机制与路径研究:基于农户生计转型》研究成果之一,课题号:(22JR4ZA072)。

作者简介: 孙子涵;出生年月1998.4-13;性别:女;民族:汉;籍贯:辽宁省盖州市;职称或者学位:硕士研究生;研究方向:产业组织与政府规制。