

数学建模思想融入高等数学教学的探索实践

李海霞

(济南职业学院, 山东 济南 250014)

【摘要】经济的快速发展,对技能型人才需求增大,高等数学作为理工科学生必修的一门公共基础课,急需提高学生应用数学解决不同领域实际问题的能力。文章分析了高职院校高等数学教学现状以及高等数学教学改革中渗透建模思想的必要性,以一阶线性微分方程为例,对数学建模思想融入高等数学教学进行探索实践。以此提高高等数学课堂效率,培养新时代的技能型人才。

【关键词】数学建模思想;微分方程;高等数学

一、研究背景

随着我国进入新的发展阶段,社会对技术技能人才需求量的增加提高了职业教育的地位和作用^[1]。高等数学是高职院校理工科、经管类专业必修的一门基础必修课程,它在传授知识的同时也培养学生的逻辑能力和解决问题的能力,但高等数学是一门抽象且具有较强逻辑性的学科,只有充分明晰后才能够对学生的思维逻辑和理解应用产生积极影响。数学建模是以实际问题为中心建立数学模型,通过对数学模型的分析、研究与求解来解决实际问题^[2]。将数学建模思想融入到高等数学教学中,能够把数学知识与现实问题联系起来,加深学生对知识的了解,激发他们的学习兴趣,同时还能培养他们的实践运用能力和综合应用能力。

二、高职院校高等数学教学现状

(一)教学方法单一

教师主要以讲授概念、定理和证明为主,过度强调理论知识,而忽视实际应用和问题解决能力的培养,导致学生对数学课程的兴趣和积极性逐渐降低。教学过程过于侧重解题技巧的机械性训练和应试导向,缺乏多元化的教学方法和思维训练,使学生的创新能力受到限制,只是依赖于传统的解题模式,缺乏自主思考和问题解决的能力。

(二)课堂教学中重理论轻应用

教师过分关注数学公式、定理的讲解,而较少强调数学知识在实际问题中的应用。教学过程中缺乏直观的实际案例及对案例的分析,学生很少有机

会运用所学的数学知识解决实际问题。这使得学生对于数学知识的应用价值和实际意义的理解存在一定的局限性。

(三)教学内容缺乏跨学科融合

课堂教学中,教师一般只局限于高等数学知识的讲解,缺乏数学知识向其他学科的延伸。实际上,高等数学中的微积分、向量、优化及微分方程等概念在物理学、经济学、大数据、自然科学等领域都有广泛应用,而传统高等数学教学中缺乏与这些领域的联系和实际应用,导致学生难以在不同学科中灵活应用数学知识,错失了跨学科融合,拓展知识面的机会。

三、高等数学教学改革中渗透建模思想的必要性

(一)有利于增强学生学习的积极性和兴趣

传统的高等数学教学中教师主要以讲授、演示和解题为主要形式,导致学生的学习兴趣和积极性下降。融入建模思想的高等数学教学需要学生提出问题、构建模型、分析数据和验证结果。这种主动性的学习体验激发了学生的好奇心和求知欲,鼓励学生运用创造性思维解决实际问题。学生需要思考如何应用数学知识和技巧来解决复杂的问题,使他们在学数学时感到更有挑战和乐趣。同时,尊重学生的个体差异,倡导个性化学习,给予学生自主选择和创造的机会。

(二)有利于培养学生分析问题和解决问题的能力

传统的高等数学教学内容往往过于抽象和理论

化，融入了建模思想的高等数学教学鼓励学生应用数学知识解决实际问题，凸显数学知识的应用价值和实际意义。引导学生如何观察分析实际问题，建立数学模型来描述问题，对建立的模型进行分析、验证及调整，这培养了学生的逻辑思维和问题解决能力，使他们能够不断改进和优化模型来解决实际问题。

（三）有利于促进知识的跨学科融合

传统的高等数学教学教师主要向学生传授和灌输数学概念、定理、公式和计算方法等知识内容，而建模问题大都是综合性的实际案例，问题背景复杂，建模过程中需要学生将数学与物理学、经济学、大数据及自然科学等领域的知识结合起来，利用数学方法解决复杂的实际问题，促进数学与其他学科的跨学科融合，拓宽了学生对数学知识的应用范围。

四、数学建模融入课堂教学应用举例——一阶线性微分方程求解

微分方程是高等数学的重要组成部分，大量数学建模案例的求解都需要用到微分方程的知识，下面以一阶线性微分方程为例，探究数学建模融入高等数学课堂教学。

（一）课堂引入环节融入数学建模案例

课堂开始播放一段 2 分钟的酒驾引起的交通事故视频，然后给学生展示一个案例如下：

“假设李先生在中午 12 点喝了一瓶啤酒，下午 6 点检查时符合新的驾车标准，紧接着他在吃晚饭时又喝了一瓶啤酒，为了保险起见，他待到凌晨 2 点才驾车回家，又一次遇到检查时却被定为酒后驾车，这让他懊恼又困惑，为什么喝同样多的酒，两次检查结果会不一样呢？”^[3]，引导学生思考，想要解释李先生遇到的这种情况，需要先了解“饮酒后人体血液中的酒精含量是如何变化的”这一问题。从而引入主题，让学生带着问题进入讲授环节。

通过交通事故宣传片可以让学生树立安全意识和行为规范意识，并且引起学生的关注和兴趣，然后给出具体案例，提出问题，让学生充满了期待和好奇。一个实际问题怎样转化为数学问题，并用数学知识求解呢？这样就自然而然的融入了数学建模思想。

（二）知识讲授环节融入数学建模思想方法

在学习了求解可分离变量的微分方程的基础上，本节学习一阶线性微分方程的解法，一阶线性微分方程分为一阶齐次线性微分方程和一阶非齐次线性微分方程^[4]。对于一阶齐次线性微分方程，鼓励学生根据已学的可分离变量法，采用自主学习和小组讨论的形式对数学模型进行分析及求解，将数学建模基本思想融入课堂。接下来采取启发式和探索式学习方式，引导学生学习本节重点和难点——用常数变易法求解一阶非齐次线性微分方程。这种先易后难、先特殊后一般的做法正是建模的基本思想。通常老师在讲解非齐次线性微分方程的求解时，重视公式结论，轻推导过程，这样学生只会通过套公式求解微分方程，但没有锻炼由已知探究未知的能力。实际上，一阶非齐次线性微分方程虽然不是可分离变量的微分方程，但学生可以借助可分离变量法来发现求解思路，从而推导出一阶非齐次线性微分方程的通解。

通过把数学建模思想引入知识讲授环节，锻炼了学生分析和解决问题的能力，使学生“知其然，也知其所以然”，加强了学生对知识的深入理解。

（三）知识运用环节融入数学建模分析思路

在讲解完一阶线性微分方程及其解法后，学生肯定想知道如何运用它来解决问题。在课堂引入环节中展示的案例，在这部分就可以建立模型求解了。引导学生对案例进行分析并做适当假设，如人体体液对酒精吸收速率与当前肠胃中酒精含量成正比（比例系数为 a ）、酒精代谢速率与当前血液中酒精浓度成正比（比例系数为 b ），人体体液中酒精浓度与血液中酒精浓度相同等，合理的假设是从实际问题中抽象出数学关系，建立模型的前提，引导学生列出短时间内喝完酒的模型为

$$\begin{cases} \frac{dC(t)}{dt} = \frac{f(t)}{V_0} - bC(t), \\ f(t) = ay(t), \\ \frac{dy(t)}{dt} = -ay(t), \\ y(0) = Q_0, C(0) = C_0. \end{cases},$$

其中，设开始饮酒时刻为初始时刻， t 时刻人

体血液中酒精的含量为 $x(t)$ ，肠胃中酒精的含量为 $y(t)$ ，酒精由肠胃进入人体血液的速率为 $f(t)$ ，人体血液中酒精浓度为 $C(t)$ ， Q_0 为人喝下的酒精总量， C_0 为初始时刻人体血液中的酒精浓度， V_0 为人的血液体积总量。

首先引导学生运用分离变量法求解 $\frac{dy(t)}{dt} = -ay(t)$ ，

由 $y(0) = Q_0$ 得 $y(t) = Q_0 e^{-at}$ ，又由 $f(t) = ay(t)$ 和 $\frac{dC(t)}{dt} = \frac{f(t)}{V_0} - bC(t)$ ，

得微分方程 $\frac{dC(t)}{dt} = \frac{aQ_0 e^{-at}}{V_0} - bC(t)$ ，让学生辨析该微分方

程是否属于一阶线性微分方程，然后让学生运用本节学习的常数变易法，求出该微分方程的通解，再利用 $C(0) = C_0$ 求其特解，即可得到 t 时刻人体血液中的酒精浓度的变化规律为 $C(t) = \frac{aQ_0}{V_0(a-b)}(e^{-bt} - e^{-at}) + C_0 e^{-bt}$ 。

通过上述微分方程的解，让学生利用一些特殊点分析饮酒后血液中酒精含量的变化规律。案例的解决让学生深刻体会到了建模思想以及数学的魅力，让学生对数学建模有了更加深入的认识，对数学产生了浓厚兴趣。

（四）知识拓展环节融入建模案例解析

科学技术的各领域都涉及到常微分方程数学模型，比如航空航天、军事、医学等，我们熟悉的物理学中的简谐振动问题、生物学中的种群增长问题，经济学中的经济增长问题等，都可将其抽象为微分方程模型，通过这些案例，学生可以看到微分方程如何被用于描述和解决实际问题，从而理解微分方程的重要性和应用价值。还可以引导学生以小组为单位从生活中挖掘实际问题，将其抽象为微分方程模型，然后尝试解决这些问题，在这个过程中，学生将有机会亲自进行数学建模和问题解决，这将大大提高他们的理论与实践结合能力。通过小组讨论，最终以报告的行为分享本组的建模和解决问题的过程。这样不仅能够锻炼他们的沟通和表达能力，也能够让他们从他人的经验中获得学习和启发。

（五）课后作业环节增设数学建模应用案例求解

在课堂运用环节对大李饮酒案例只建立了短时间内喝完酒的模型。若酒是在较长一段时间（比如 2 小时）内喝的，那酒精在血液中是如何变化的呢？需要建立较长时间内喝完酒的模型，这个模型稍微复杂一点，学生可以课下自己试着整理一下，做完后以图片的形式上传到在线作业中。事实上，饮酒模型可以推广到描述药物浓度在人体内的变化规律，对医学和临床的治疗，确定合适的给药时间等问题都有一定的参考价值。通过对这些建模案例的分析和问题的解决，让学生更加深刻地理解到了数学在日常生活中的重要作用，从而激发了他们学习数学的兴趣和动机。

五、结论

文章论述了在高等数学教学中建立数学模型的重要性。以一阶线性微分方程的教学为例，从课堂引入、知识讲授、知识运用、知识拓展及课后作业五个环节具体介绍了数学建模思想在本节课教学中的应用，在具体的教学案例的建模和问题解决过程中，培养了学生的跨学科思维以及解决实际问题的能力。学生在应用中学习，感受到知识来源于生活又服务于生活，为学生的全面发展和终身学习能力的培养铺平道路。

参考文献：

- [1] 刘红江,付彦军.基于数学建模的职业院校高等数学改革可行性研究——以河南应用技术职业学院为例[J].开封文化艺术职业学院学报,2022,(08):78-80.
- [2] 郭志慧.高等数学教学中数学建模思想及其教学策略[J].知识文库,2020(11):135-137.
- [3] 韩中庚,周素静.数学建模实用教程[M](第2版)北京:高等教育出版社,2020(8):85-91.
- [4] 同济大学数学系.高等数学[M](第7版)北京:高等教育出版社,2014:314-316.

作者简介：李海霞（1986—），女，汉族，山东滨州人，硕士研究生，讲师，研究方向：应用数学。